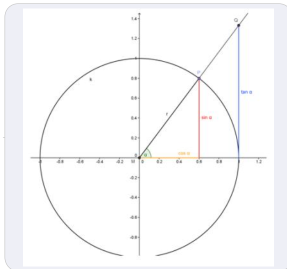
Trigonometrie
- *Sinus, Kosinus, Tangens und Zusammenhänge am Dreieck* -

Sinus, Kosinus, Tangens am Einehitskreis



Sinus Kosinus und Tangens als Koordinate am Einheitskreis

- pos. im I. und II. Quadranten — Sinus: y-Koordinate
- pos. im I. und IV. Quadranten — Kosinus: x-Koordinate
- Tangens: Steigung einer Geraden durch (0|0) und P auf Kreis

Berechnung von sin α=c; $c \in [-1;1]$ — $\boxed{c = \sin^{-1}\alpha}$

positiver Winkel im Taschenrechner:

Je nach Quadrant des zweiten Winkels kannst du den Wert mit $180° - \alpha$; $180° + \alpha$; $360° - \alpha$ berechnen.

negativer Winkel α^* im Taschenrechner

α ist 360°+α^*

Wichtige Zusammenhänge

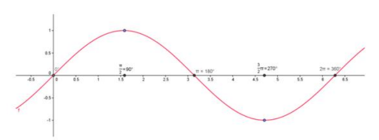
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} \quad \Leftrightarrow \quad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha};$$

Trigonometrische Funktionen

Sinus

y=sin a; $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{W} = [-1;1]$



Cosinus

y=cos a; $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{W} = [-1;1]$

Tangens

y=tan a; $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\left\{\dots -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \dots\right\}$; $\mathbb{W} = \mathbb{R}$

Funktionale Abhängigkeiten

Punkte oder Vektoren hängen von x Koordinaten oder Winkeln φ ab

$$A_n = (x|\log_2(x+8)+1)$$

$$\overrightarrow{OP_n} = \begin{pmatrix} 2\cdot\cos\varphi - 2 \\ 0{,}5\cdot\sin\varphi \end{pmatrix}$$

Ansätze suchen, wie mit konkreten Punkten/ Vektoren und die abhängigen Koordinaten einsetzen

Punkte/ Vektoren in Formel einsetzen und es ergibt sich ein Ergebnis in Abhängigkeit von x oder j

Trägergraphen

B_n Auf diesem Graphen liegen alle Punkte

Beispiel

$$B_n(-x-6|-x^2-2x+1)$$

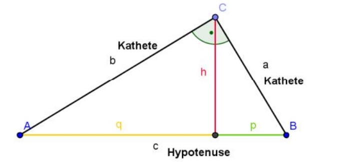
1. Punkt als Gleichungssystem schreiben:
$$x' = -x-6$$
$$y' = -x^2-2x+1$$
2. Erste Zeile nach x auflösen
$$x = -x'-6$$
3. x in zweite Zeile einsetzen
$$y' = -(-x'-6)^2 - 2(x'-6)+1$$

Der Trägergraph der Punkte B_n ist: $y = -x^2-14x-23$

Berechnungen an Dreiecken

Innenwinkelsatz: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Rechtwinkliges Dreieck



Satzgruppe des Pythagoras

$$c^2 = a^2 + b^2;$$

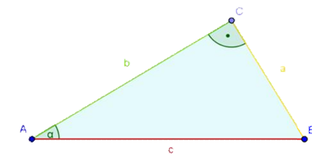
$h^2 = p\cdot q$; (Höhensatz); $a^2 = c\cdot p$; $b^2 = c\cdot q$ (Kathensatz)

Trigonometrische Zusammenhänge

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

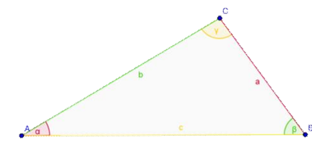
$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



Allgemeines Dreieck

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$



Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot\cos\alpha$$

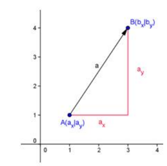
Skalarprodukt

Wiederholung Vektoren

Vektor berechnen

"Spitze minus Fuß"

$$A(a_x|a_y);\quad B(b_x|b_y) \longrightarrow \vec{a} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_x - a_x \\ b_y - a_y \end{pmatrix}$$



Betrag (Länge) eines Vektors

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}$$

Skalarprodukt

Skalarprodukt:
Winkel zwischen 2 Vektoren berechnen

$$\vec{a}\odot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \cos\alpha = \frac{\vec{a}\odot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x\cdot b_x + a_y\cdot b_y$$

Vektoren senkrecht zueinander: Skalarprodukt = 0!

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x\cdot b_x + a_y\cdot b_y = 0$$