Abbildung durch Drehung

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Die Abbildungsgleichung für die Drehung lautet:

$$P(x|y) \xrightarrow{Z(0|0);\,\alpha} P'(x'|y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{rl} & x' = \cos\alpha \cdot x - \sin\alpha \cdot y \\ \wedge & y' = \sin\alpha \cdot x + \cos\alpha \cdot y \end{array}$$

In der Formelsammlung steht evtl. nur die Gleichung für Drehung um den Koordinatenursprung. Schau dir deshalb die nächste Folie besonders gut an.

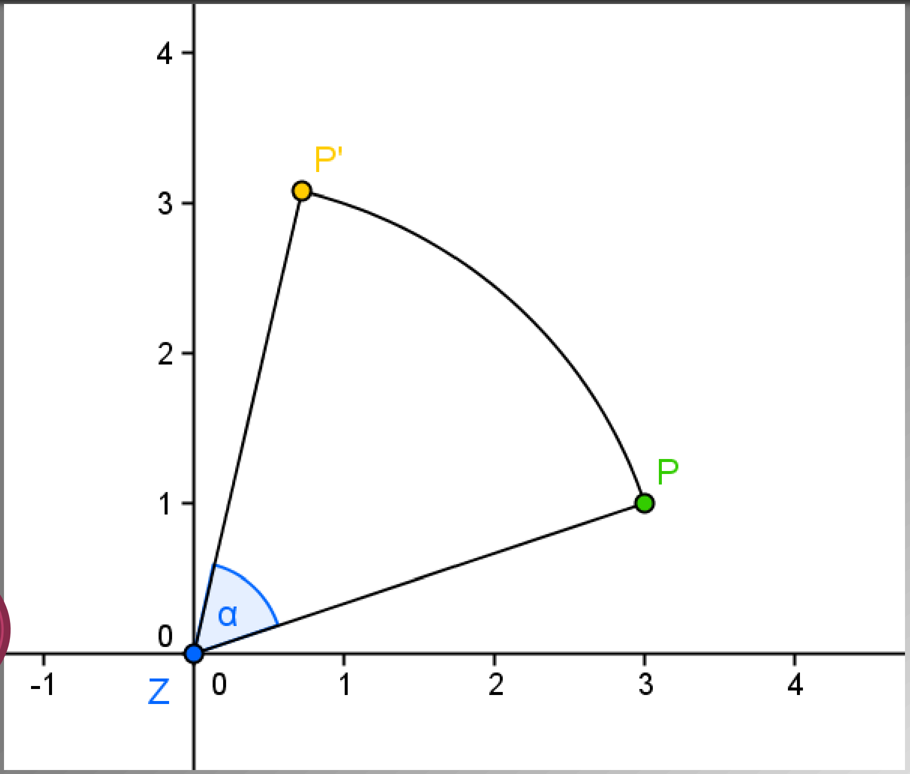


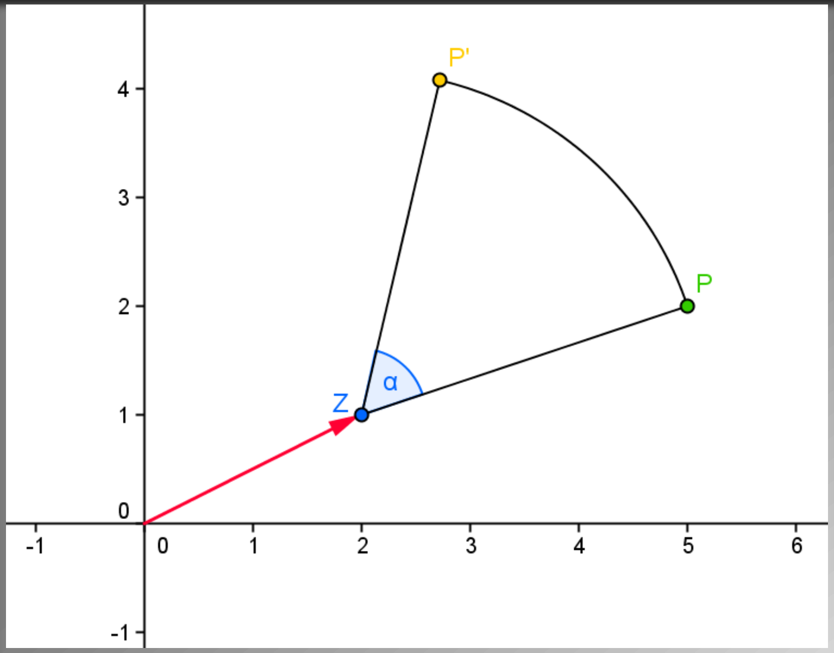
Abbildung durch Drehung mit beliebigen Zentrum $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$

Die Abbildungsgleichung für die Drehung um ein beliebiges Zentrum lautet:

$$P(x|y) \xrightarrow{Z(x_Z|y_Z);\,\alpha} P'(x'|y') \qquad \overrightarrow{ZP} = \begin{pmatrix} x_{ZP} \\ y_{ZP} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x_{ZP} \\ y_{ZP} \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} x_Z \\ y_Z \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} x' = \cos\alpha \cdot x - \sin\alpha \cdot y + x_Z \\ \wedge\ y' = \sin\alpha \cdot x + \cos\alpha \cdot y + y_Z \end{array}$$



Diese Abbildung entspricht einer Drehung um $(0|0)$ mit α und einer anschließenden Parallelverschiebung um $\overrightarrow{OZ} = \begin{pmatrix} x_Z \\ y_Z \end{pmatrix}$.

Abbildung durch Drehung mit speziellen Winkeln $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$

Für spezielle Winkel ergeben sich besondere Matrizen, die sehr einfach sind:

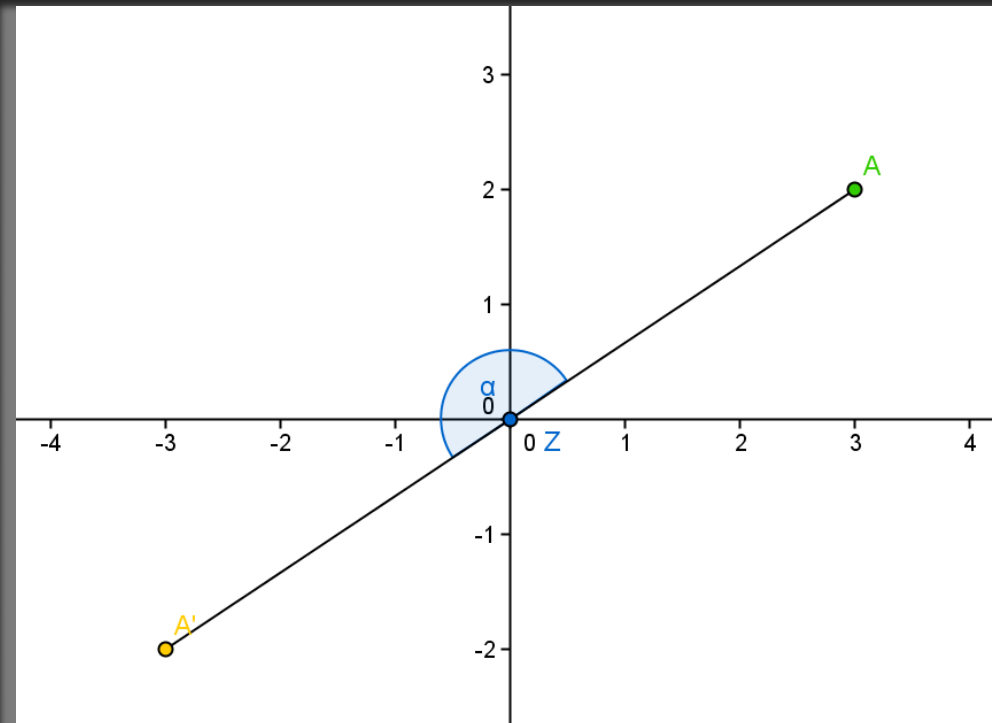
Winkel $\alpha = 90°$:

$$\begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Winkel $\alpha = 180°$:

$$\begin{pmatrix} \cos 180° & -\sin 180° \\ \sin 180° & \cos 180° \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Für $\alpha = 180°$ ergibt sich eine Punktspiegelung an Z.



- Parallelverschiebung
- Drehung
    - Abbildungsgleichung
    - Beliebiges Zentrum
    - Besondere Winkel
- Achsenspiegelung
- Weitere Abbildungen