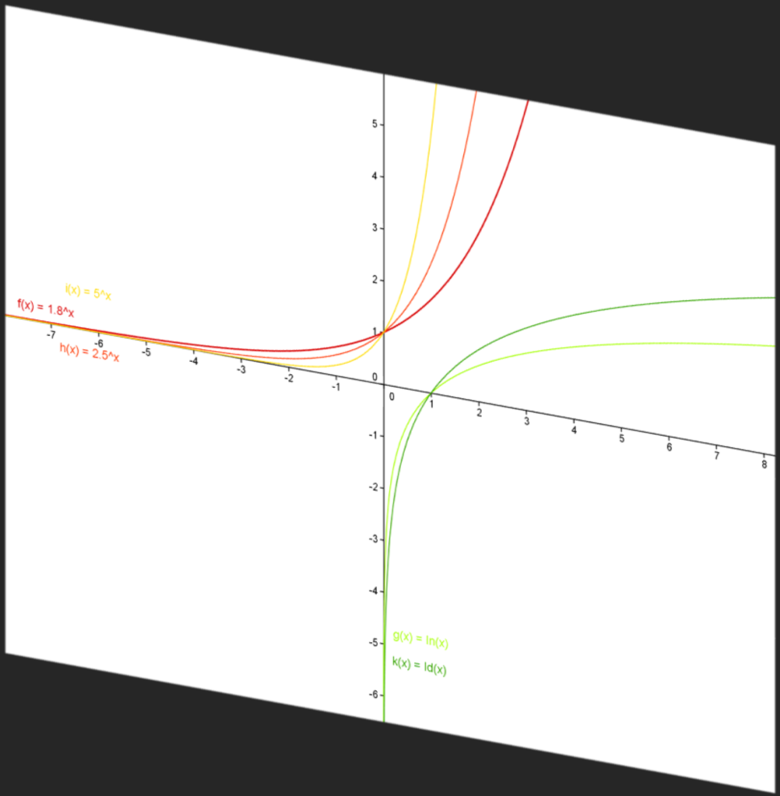


Logarithmus
Rechengesetze

$u, v \in \mathbb{R}^+; k \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$$
$$\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$$
$$\log_a(u^k) = k \cdot \log_a u$$

Exponential- und Logarithmusfunktion Abschnitt II

- Exponentialfunktion
- Logarithmus

Exponentialfunktion $f: x \longmapsto a^x \quad a \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\}$

$y = a^x \qquad \mathbb{D} = \mathbb{R}; \quad \mathbb{W} = \mathbb{R}^+$

Für die Zeichnung erstellst du eine Wertetabelle!

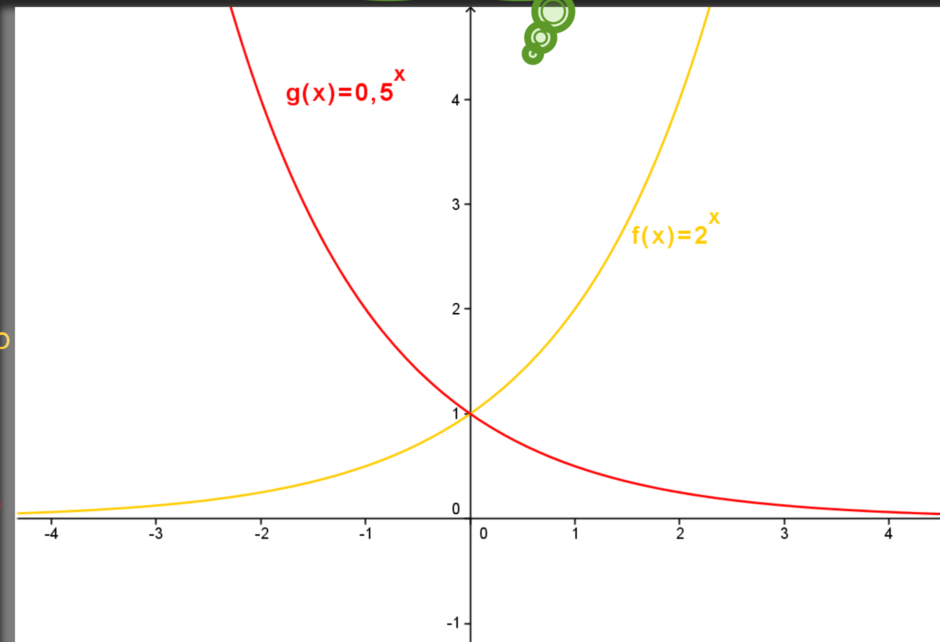
Eigenschaften:

$P(0|1)$ ist Fixpunkt

$a > 1 \Rightarrow$ Graph geht nach links gegen 0
Graph geht nach rechts gegen ∞

$a < 1 \Rightarrow$ Graph geht nach links gegen ∞
Graph geht nach rechts gegen 0

x-Achse ist Asymptote

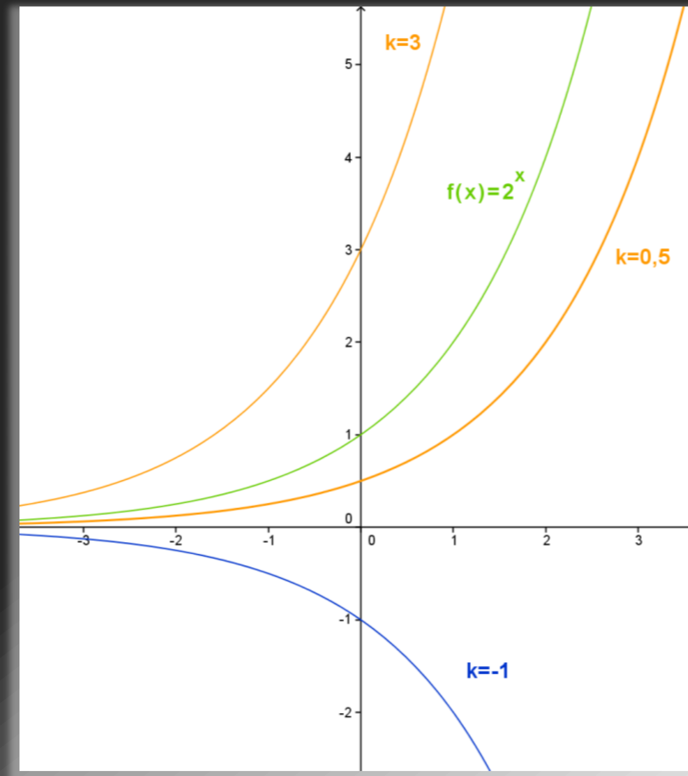


Im GeoGebra Applet *Exponentialfunktion* kannst du verschiedene Werte für a ausprobieren.

Exponentialfunktion abbilden $f: x \mapsto a^x \xrightarrow{x-Achse;k} k \cdot a^x$

$y = k \cdot a^x \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}; \quad \mathbb{W} = \mathbb{R}^+$ Orthogonale Affinität an der x-Achse mit k

$a \in \mathbb{R}^+\backslash\{1\}; k \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$



Eigenschaften:

x-Achse ist Asymptote

Bei negativem k ist der Graph im III. und IV. Quadranten

Exponentialfunktion abbilden $f: x \mapsto a^x \xrightarrow{x-Achse;k} k \cdot a^x \xrightarrow{\vec{v}=\binom{b}{c}} k \cdot a^{x-b} + c$

$y = k \cdot a^{x-b} + c \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\};\ k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; b, c \in \mathbb{R}$

Parallelverschiebung mit Vektor $\vec{v} = \binom{b}{c}$ und

Orthogonale Affinität an der x-Achse mit k

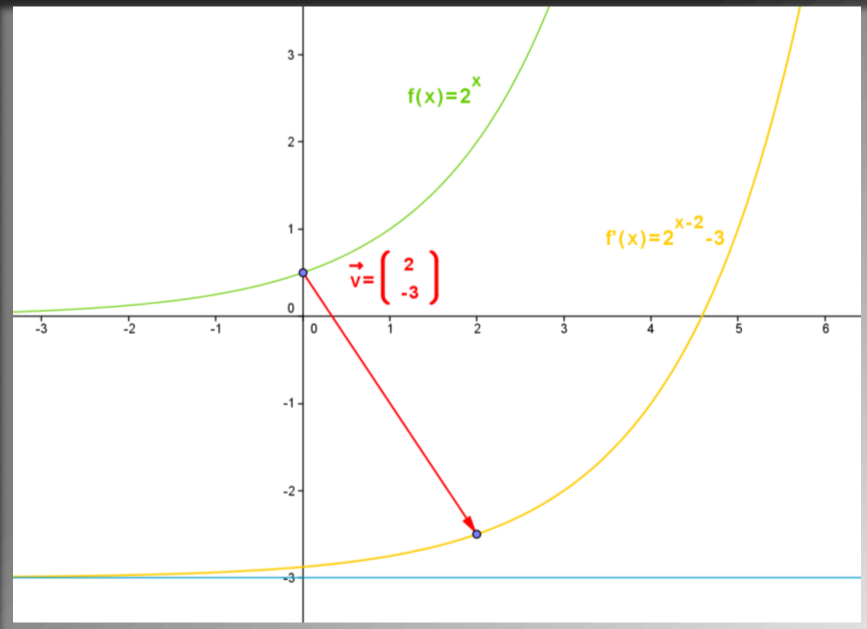
Eigenschaften:

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad \mathbb{W} = \{y | y > c\}$ für $k > 0$

$\mathbb{W} = \{y | y < c\}$ für $k < 0$

Asymptote mit Gleichung $y = c$

(Parallele zur x-Achse)



Im GeoGebra Applet *Exponentialfunktion* kannst du Abbildung aktivieren und den Vektor, sowie k verändern.

- **Exponentialfunktion**
  - Exponentialfunktion
  - Abbildung von Exponentialfunktionen
  - Exponentielles Wachstum
- Logarithmus

Exponentielles Wachstum

Zinseszins $K_n = K_0 \cdot q^n$

Wenn du Geld anlegst bekommst du jährlich Zins dafür.
Lässt du diesen auf dem Sparbuch wird das Geld + Vorjahreszins verzinst.
Das Guthaben wächst somit exponentiell.

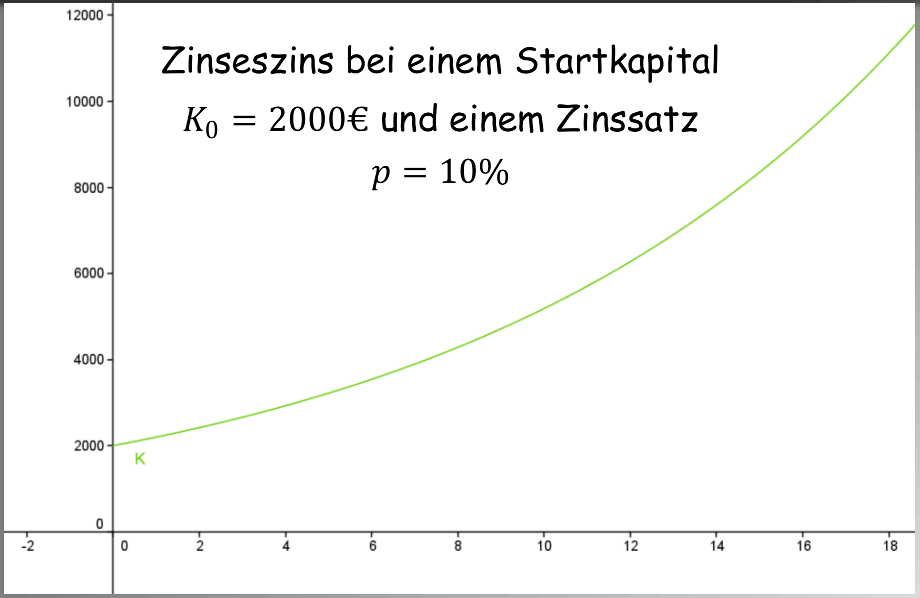
$K_n = K_0 \cdot q^n$, wobei

K_0 ≙ Anfangskapital

K_n ≙ Kapital nach n Jahren

$q = 1 + \frac{p}{100}$ ≙ Zinsfaktor (p ≙ Zinssatz)

n ≙ Anzahl der Jahre



Weitere Beispiele:

- Bevölkerungsentwicklung
- Bakterienvermehrung
- Ladung eines Kondensators

•Exponentialfunktion
•Exponentialfunktion
•Abbildung von Exponentialfunktionen
•Exponentielles Wachstum
• Logarithmus

Exponentielles Abklingen

Radioaktiver Zerfall $m = m_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{T}}$

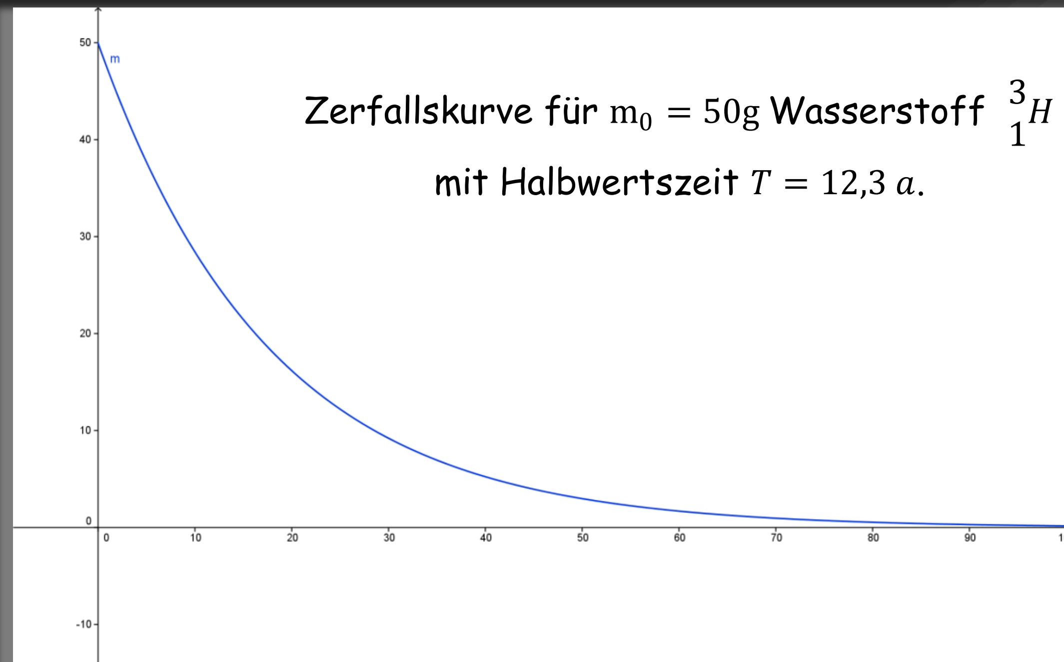
Ein radioaktiver Stoff zerfällt ständig. Nach der Halbwertszeit T ist noch die Hälfte der ursprünglichen Masse vorhanden. Wartet man erneut eine Halbwertszeit ist noch die Hälfte von der Hälfte, also ein Viertel vorhanden.

$m = m_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{T}}$, wobei

m_0 ≙ Anfangsmasse

m ≙ Kapital nach Zeit t

t ≙ Zeit seit Zerfallsbeginn



Weitere Beispiele

- Abkühlprozesse
- Entladung eines Kondensators